Dr. Doris Augustin - OTH Regensburg
Studiengang Maschinenbau und Biomedical Engineering
Ingenieurmathematik 1

Übungsblatt 6

6.1) Gegeben seien die Matrizen mit rellen Einträgen

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

und der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie falls möglich

$$2 \cdot A - C, \; B \cdot C, \; C \cdot B, \; B \cdot A, A^2 = A \cdot A, B^2 = B \cdot B$$

$$A \cdot (B + C), \; A \cdot B + A \cdot C,$$
$$(B \cdot C) \cdot \vec{v}, \; B \cdot (C \cdot \vec{v}), \; \vec{v}^T \cdot A, \; \vec{v}^T \cdot B.$$

b) Geben Sie die Abbildungsvorschrift der linearen Abbildungen $f_B + 2 \cdot f_C$ und $f_A \circ f_B$ an, wobei f_M die zu einer Matrix $M \in M(m \times n)$ gehörende lineare Abbildung bezeichnet, d.h.

$$\begin{array}{rccc} f_M : & \mathbb{R}^n & \to & \mathbb{R}^m \\ & \vec{x} & \mapsto & M\vec{x} \end{array}$$

6.2) Es sei $A = \begin{pmatrix} k & -4 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$. Für welche $k \in \mathbb{R}$ gilt $AB = BA$?

6.3) Es sei $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass $A^3 = AAA = 0$ ist und berechnen Sie $(E - A)(E + A + A^2)$, wobei E die 3×3-Einheitsmatrix ist.

6.4) Berechnen Sie folgende Determinanten:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 + 2k & 6 + 3k \end{vmatrix}, \; \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 0 & t & z \\ 0 & 0 & t^2 \end{vmatrix}, \; \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \; \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 & -1 & -1 \\ 2 & 6 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 5 \\ -1 & 4 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$